DEVOIR SURVEILLE N°10

Samedi 9 Juin 2012 – Durée indicative : 2h00 à 3h00

Ce devoir est constitué de quelques exercices classiques portant sur différentes parties du programme de l'année. Les réponses devront être claires et justifiées de façon ***concise****.*

Exercice 1 : Optique géométrique

Un objet lumineux AB de hauteur $h = 1$ cm est placé à une distance $d = 40$ cm d'une lentille convergente (L_1) de focale 20 cm et dont le diamètre d'ouverture est de 2 cm.

1. Justifier si l'on travaille ou non dans les conditions de Gauss ?
2. Caractériser complètement l'image A'B' de AB par (L_1) (position et taille). L'image est-elle réelle ou virtuelle ?
3. A une distance $D = 20$ cm derrière (L_1), on ajoute une lentille divergente (L_2) de distance focale image $f'_2 = -20$ cm. Caractériser complètement l'image A"B" de A'B' par (L_2) (position et taille). L'image A"B" est-elle réelle ou virtuelle ?
4. Représenter soigneusement le dispositif constitué par les deux lentilles. Construire géométriquement les images A'B' et A"B" en utilisant 2 rayons particuliers.
5. En considérant l'ensemble des deux lentilles comme un instrument d'optique, définir et déterminer ses foyers principaux (objet et image).

Exercice 2 : Circuit électrique anti-résonant

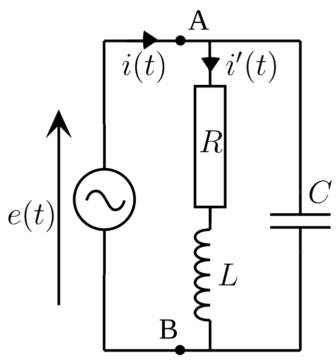

Figure 1: Circuit étudié

On s'intéresse dans cette partie au circuit de la figure 1, alimenté par une source de tension alternative de f.e.m. $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$. La bobine idéale a une inductance L ($L = 0,10$ H), le conducteur ohmique une résistance R ($R = 10\ \Omega$) et le condensateur une capacité C ($C = 1,0$ nF). On notera j le nombre complexe tel que $j^2 = -1$.

Questions préliminaires sur le R.L.C série

1. Qu'appelle-t-on résonance en intensité dans un circuit ? Par analogie que peut-on appeler anti-résonance en intensité ?
2. Dans le cas du circuit R,L,C série quelle est l'expression de l'impédance complexe $\underline{Z}$ du dipôle constitué par l'association de ces trois éléments ? Quelle est l'expression du module Z de cette impédance complexe ?
3. À quelle condition sur Z a-t-on résonance en intensité dans le circuit série ? Pour quelle valeur ω_0 de la pulsation ce phénomène se produit-il ?
4. Que peut-on dire du déphasage de l'intensité dans le circuit par rapport à la tension aux bornes du conducteur ohmique à la résonance ?

Étude du circuit anti-résonant

5. Calculer l'impédance complexe du dipôle AB.
6. En déduire que le module au carré de l'impédance du dipôle AB s'écrit :

$$Z^2(\omega) = \frac{R^2 + L^2\omega^2}{(1 - LC\omega^2)^2 + R^2C^2\omega^2}$$

Une dérivation non demandée montre que $Z(\omega)$ passe par un extremum pour une pulsation ω_0' qui vérifie :

$$\omega_0'^2 = \omega_0^2 \left(\sqrt{1 + 2R^2C/L} - R^2C/L \right)$$

7. *Question hors barème un peu calculatoire:* Justifier le résultat admis en passant à une forme canonique pour $Z(\omega)$ et en introduisant $Q = R\sqrt{C/L}$.
8. Calculer numériquement R^2C/L. En déduire que $\omega_0' \simeq \omega_0(1 - f(R, L, C))$ où f une fonction de R, L et C dont on précisera l'expression.
9. Calculer numériquement $f(R, L, C)$ pour le circuit étudié. Que peut-on alors dire de ω_0' et ω_0 ? On utilisera cette approximation dans toute la suite.
10. Donner les limites de $Z(\omega)$ en 0 et en l'infini. Donner l'allure des variations de cette fonction en précisant la valeur numérique de $Z_m = Z(\omega_0')$.
11. Justifier qu'on parle d' "antirésonance" dans ce cas.
12. Établir une relation entre $\underline{I}$, $\underline{I'}$, R, L, C et ω.
13. Notons respectivement I et I' les amplitudes de $\underline{I}$ et $\underline{I'}$. Montrer qu'à l'antirésonance le courant I' dans la branche constituée par la bobine et le conducteur ohmique est beaucoup plus grand que celui I dans le circuit général.

Exercice 3 : Le refroidissement en thermodynamique

Au travers de trois sous-parties indépendantes, on s'intéresse à divers procédés de refroidissement. On rappelle, pour un gaz diatomique, les expressions des capacités thermiques molaires respectivement à volume et pression constante :

$$C_{Vm} = \frac{5}{2}R \qquad \text{et} \qquad C_{Pm} = \frac{7}{2}R$$

où $R = 8,3$ J.K^{-1}.mol^{-1} est la constante du gaz parfait.

Détente d'un gaz dans l'atmosphère

Une mole de dioxygène, considéré comme un gaz parfait diatomique, se trouve à la pression $P = 2,0$ bar et à la température $T_i = 280$ K. On lui fait subir une brusque détente dans l'atmosphère de pression supposée constante $P_0 = 1,0$ bar.

1. En justifiant sa réponse, par quel(s) qualificatif(s), parmi les suivants, peut-on qualifier la transformation que subit la mole de dioxygène ?

   réversible ; irréversible ; isotherme ; adiabatique ; isobare ; isochore.

2. Par application du premier principe de la thermodynamique, déterminer la valeur de la température T_f atteinte par le gaz à la fin de la détente.

3. Exprimer la variation d'entropie du gaz lors de cette transformation.

4. Commenter.

Climatisation d'un local

Un cycle de Brayton inversé réalise un effet frigorifique. Lors de ce cycle, un gaz est comprimé, refroidi puis détendu. La température de fin de détente étant basse, ce gaz peut être utilisé pour refroidir une enceinte, soit par contact direct (notamment s'il s'agit d'air), soit par l'intermédiaire d'un échangeur.

Ce type de dispositif a été, jusqu'à récemment, très utilisé dans les avions pour assurer la climatisation des cabines en vol. Il est également utilisé pour climatiser les très grosses installations qui nécessitent de grandes quantités de fluide caloporteur.

Un cycle de Brayton inversé est formé de deux adiabatiques et de deux isobares. Il est supposé réversible et décrit par de l'air (assimilé à un gaz parfait diatomique). Dans cet exercice on considérera une mole d'air parcourant le cycle. On appelle γ le rapport des capacités thermiques à pression et volume constants.

$1 \to 2$: compression adiabatique réversible faisant passer le gaz de la pression P_1 à la pression P_2 ;

$2 \to 3$: compression isobare ;

$3 \to 4$: détente adiabatique réversible redonnant la pression P_1 au gaz ;

$4 \to 1$: retour isobare au point 1.

5. Tracer dans un diagramme de Clapeyron (ou diagramme P,V) le cycle de Brayton inversé.

6. Justifier, sans calcul lourd, le fait qu'il soit adapté pour décrire un climatiseur et que la transformation $2 \longrightarrow 3$ s'accompagne d'un refroidissement.

7. Pour les quatre transformations $[i \to j]$ du gaz envisagées, exprimer le transfert thermique Q_{ij} associé en fonction de R (constante du gaz parfait) et des températures T_i ($i = 1$, 2 ,3 ou 4) nécessaires.

8. Définir l'efficacité η du climatiseur. L'exprimer en fonction des transferts thermiques des différentes transformations du cycle.

9. On pose $a = \dfrac{P_2}{P_1}$, appelé rapport de compression du cycle. Exprimer de nouveau η uniquement en fonction de a et de γ.

Utilisation des transitions de phase de l'eau

On met de l'eau chauffée à la température $T_1 = 300$ K dans une bouteille de volume V_0, en ne remplissant la bouteille qu'au quart de sa capacité. La bouteille est ensuite fermée. On suppose que l'air enfermé avec l'eau dans la bouteille est parfaitement sec à l'instant initial et qu'il n'y aura pas de transfert thermique avec l'extérieur.

On donne :

$P_s = 70,0.10^2$ Pa	: Pression de vapeur saturante de l'eau
$L_v = 3,00.10^6$ J.kg^{-1}	: la chaleur massique de vaporisation de l'eau ;
$c_p = 4,2.10^3$ J.K^{-1}.kg^{-1}	: la chaleur massique de l'eau liquide ;
$M_{eau} = 18$ g.mol^{-1}	: la masse molaire de l'eau ;
$\rho = 1000$ kg.m^{-3}	: la masse volumique de l'eau liquide.

On supposera en outre que la pression de vapeur saturante de l'eau est constante dans l'intervalle de température étudié

10. Décrire qualitativement ce qui va se passer dans la bouteille ? Que peut-on prévoir quant à la température finale du système ?

11. Que pouvez-vous dire de la quantité de matière de l'eau liquide qui va s'évaporer ? Que peut-on en déduire sur le volume du liquide restant à l'équilibre ?

On considérera dans ce problème comme négligeables les chaleurs massiques de l'eau vapeur et de l'air vis-à-vis de celle de l'eau liquide. On admettra aussi que la transformation a lieu approximativement à P et V constants. On appelle T_{eq} la température à l'équilibre.

12. Exprimer en fonction de V_0, R, T_{eq}, P_{sat} et M_{eau} la masse d'eau m_{ev} qui a été vaporisée à l'équilibre.

13. À l'aide d'un bilan énergétique et en négligeant tout transfert thermique avec l'extérieur, en déduire une expression de la variation de température $\Delta T = T_{eq} - T_1$.

14. L'évaluer numériquement en supposant que $|\Delta T| \ll T_1$.

15. Vérifier quantitativement les hypothèses faites aux questions 14 et 11.

Dans un laboratoire, pour obtenir un effet de refroidissement accru, on place dans un récipient aux parois athermanes (interdisant les transferts thermiques) une masse m_0 d'eau liquide, à la température T_0. La vapeur formée est éliminée par une pompe qui l'aspire lentement.

16. Expliquer qualitativement ce qui va se passer.

17. On cherche à évaluer les variations de masse de l'eau liquide $m(T)$ en fonction de la température. Sachant que l'évaporation d'une masse δm_{ev} d'eau provoque une variation de température dT à l'intérieur du récipient, écrire l'équation différentielle liant notamment $m(T)$, sa différentielle dm et dT.

18. En déduire l'expression de $m(T)$ si L_v est indépendante de la température T.

19. Pour le domaine de température considérée, L_V est une fonction affine de la température : $L_v = L_V^0(1 - \alpha T)$, avec L_V^0 et α des coefficients positifs. En déduire l'expression de la masse d'eau $m(T)$ présente à la température T.